

Лабораторна робота 4.3

Вивчення складання взаємно перпендикулярних коливань однакової частоти

Прилади: електронний осцилограф, генератор синусоїдальних електричних коливань звукової частоти.

Теоретичні відомості

Щоб простежити за закономірностями складного коливання, що є сумою двох взаємно перпендикулярних коливань, скористаємося електронним осцилографом.

Основною частиною осцилографа є електронно-променева трубка, що складається з електронної гармати 1 і двох конденсаторів 4, що відхиляють електронний промінь 2.

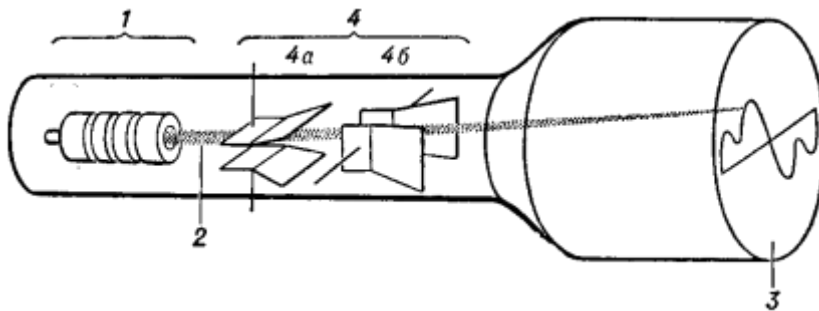


Рис.1

Осцилограф дозволяє здійснити коливання електронного променя в двох взаємно перпендикулярних напрямках. Слід електронного променя на світловому екрані 3 описує траєкторію, що виникає як результат участі світної плями в двох взаємно перпендикулярних коливальних рухах.

Нехай зміщення, яке здійснює точка в горизонтальному напрямку, відбувається згідно із законом

$$x = a \sin \omega t$$

(для простоти початкову фазу коливань, що відбуваються уздовж осі Ox ми поклали рівною нулю), у вертикальному напрямку - відповідно до формули

$$y = b \sin(\omega t + \alpha).$$

Обидва коливання відбуваються з однаковою частотою ω , але зсунуті за фазою на кут α .

Ця система рівнянь являє собою рівняння траєкторії коливальної точки, що записане в параметричній формі. Щоб уявити його в звичайному вигляді, слід виключити час t .

З першого рівняння слід $\sin \omega t = \frac{x}{a}$. Тоді $\cos \omega t = \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2}$.

Вираз для y можна записати, розкриваючи синус суми:

$$y = b \sin(\omega t + \alpha) = b \left(\frac{x}{a} \cos \alpha + \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a} \right)^2} \sin \alpha \right)$$

звідки

$$\frac{y}{b} - \frac{x}{a} \cos \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a} \right)^2} \sin \alpha.$$

Позбувшись від ірраціональності і беручи до уваги, що $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, отримаємо:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{2xy}{ab} \cos \alpha = \sin^2 \alpha.$$

Це рівняння еліпса, повернутого по відношенню до осей координат.

Якщо різниця фаз коливань $\alpha = 0$, то

$$\left(\frac{y}{b} - \frac{x}{a} \right)^2 = 0$$

або

$$y = \frac{b}{a} x$$

так що траєкторія коливальної точки є в цьому випадку являє собою пряму лінію.

У випадку різниці фаз, рівній $\alpha = \frac{\pi}{2}$, отримаємо

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

так що траєкторія точки є еліпсом, осі еліпса будуть збігатися з осями координат.

Якщо амплітуди коливань є рівними, $a = b$, то за різниці фаз $\pi/2$ і $3\pi/2$ траєкторія стає колом.

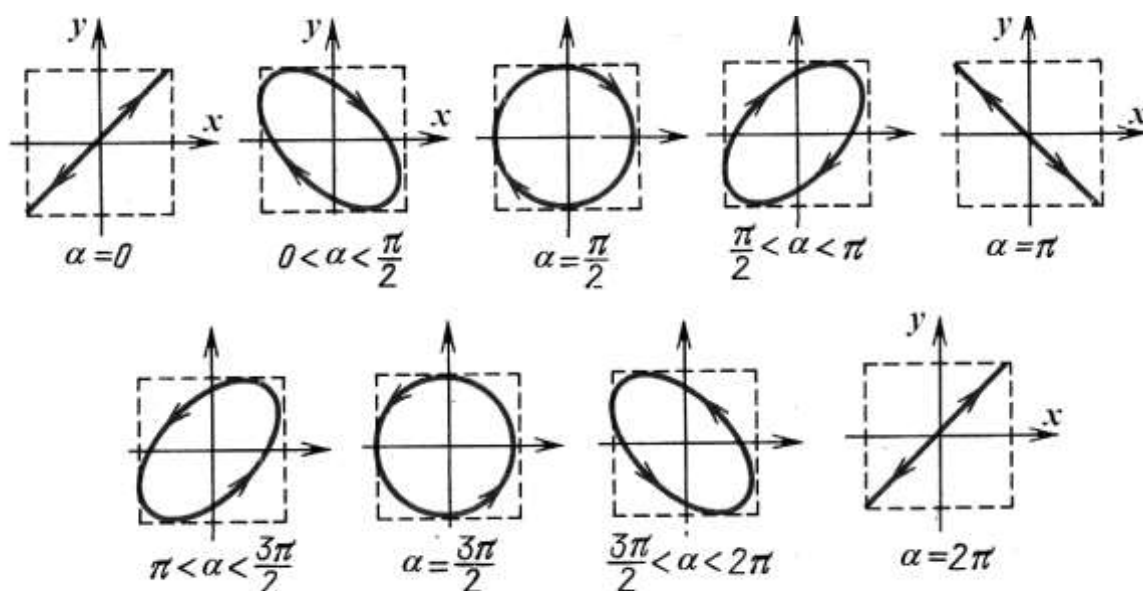


Рис.2

Між цими двома різницями фаз є відмінності, хоча вони і дають тотожні траєкторії.

Для $\alpha = \pi / 2$:

$$\begin{aligned} x &= a \sin \omega t \\ y &= b \sin (\omega t + 90^\circ). \end{aligned}$$

При зростанні часу від $t = 0$ точка з координатами $x = 0, y = b$ почне рухатися в бік позитивних x , тобто за годинниковою стрілкою. Зворотний рух буде відповідати $\alpha = 3\pi/2$.

За умовами досліду частоти коливань за осями Ox і Oy мають бути однаковими. Для цього на одну пару пластин осцилографа, що відхиляють, подають частоту 50 Гц від освітлювальної мережі змінного струму, на іншу пару пластин - таку ж частоту 50 Гц від генератора синусоїдальних коливань.

Спостерігаючи за картиною на екрані, ми помічаємо, що крива, яку викреслює світлова пляма, як би безперервно переходить з одного еліпса в інший. Це відбувається тому, що частота струму 50 Гц в освітлювальній мережі не є строго фіксованою, а злегка «пливе».

Якщо частота одного з коливань злегка змінюється, то це еквівалентно різниці фаз, яка безперервно змінюється, і картина на екрані проходить всі стадії рис. 2.

Виконання роботи.

1. Отримайте за допомогою викладача на екрані осцилографа траєкторію, що відповідає додаванню взаємно перпендикулярних коливань однакової частоти. Замалюйте отримані криві.

2. Які фігури утворюються при накладенні двох взаємно перпендикулярних коливань з однаковими частотами?

3. Проаналізуйте, чому в одних випадках промінь оббігає коло за годинниковою стрілкою, а в інших - проти?

4. Аналогічно наведеній теорії виконайте математичні розрахунки складання взаємно перпендикулярних коливань, заданих рівняннями

$$\begin{aligned}x &= a \cos \omega t, \\y &= b \cos (\omega t + \alpha).\end{aligned}$$

Який вигляд має рівняння траєкторії?

5. Дослідіть рух плями на екрані для варіанта

$$\begin{aligned}x &= a \cos \omega t, \\y &= b \cos (\omega t + \alpha).\end{aligned}$$

6. Як пояснити повільне переміщення еліпсів на екрані?

7. Подайте на одну пару пластин, що відхиляють промінь, від генератора частоту, що відрізняється в ціле число раз від 50 Гц. Замалюйте отримані траєкторії плями (фігури Ліссажу).

Література.

1. І. М. Кучерук та ін. Загальний курс фізики. Т.1. К. 1999.
2. І. В. Савельєв. Курс фізики. Т.2. М. 1989.

Склав Гаркуша І.П.